



数理科学の機能

椿 広計*

The Function of Mathematical Sciences

Hiroe TSUBAKI*

Abstract— The author clarifies the position of mathematical sciences in trans-disciplinary sciences and technologies after he reviews typical roles of classical mathematical sciences as the method of fluxions by Newton and historical efforts to explain mathematical sciences to non-mathematicians by Clifford and Pearson. He also tries the classification of the function of mathematical scientific methods from the viewpoints of their objects and operations.

Keywords— trans-disciplinary sciences, method of fluxions, exact science, grammar of science, positive science, entity and activity, state, relation, mechanism, dynamics, process, scenario, approximation, evaluation, selection, control, exploration

1. はじめに：数理科学の範囲

今回のミニ特集では、数理科学が取り上げられた。学術研究システムの中でも、横断的数理科学は、諸分野で用いられてきた数学活用の知恵を普遍化し、汎用化するシステムであり、横幹科学技術のなかでも基盤的な領域となっていることは疑いない。一方、個別数理科学は、その汎用化された知を個別領域学術にインプットするシステムと考えられる。

そもそも、現時点で数理科学の定義はどのようになっているのかは大きな問題である。日本学術会議では、20期以降「数学」が狭い範囲に誤解されるので、数学、数理工学、統計数学など広い学術分野を総称して「数理科学」と呼ぶことにされている [1]。一方筆者は、古典的に応用数学と呼ばれてきた分野が数理科学にもっとも近い概念と見なしている。

そこで、本稿では数学を記述言語として、現象と行動を認識し、デザインする科学、工学をここでは数理科学と呼ぶ。ただし、数理科学専門家が意識すべきは数学そのものではなく、数学をどのように現象や行動で活用し、必要に応じて数学自体の進化にフィードバックさせたいという意識がある。

その意味で、あえて数学のための数学と考えられる学術分野を数理科学の範囲から除外したい。もちろん、数

学は数理科学の記述言語として、極めて大きな意義を持つことを否定するものではない。

古典的には、対象を演繹的原理に基づきミクロないしはマクロの数理構造として表現し、現象や行動のあるべき姿を示す規範科学 (normative science) を数理科学と呼び、事実、データに基づき帰納的にミクロないしはマクロの数理構造を明らかにする実証科学 (positive science) を計量科学ないしは統計科学と呼ぶ伝統もある。しかし、現在はそれらの融合が、自然科学分野でも「データ中心科学」の名の下で進んでおり、それら統計科学を含む、広い範囲の分野を数理科学と呼んでも何ら問題ない。

また、計算科学、ないしはシミュレーション科学を数理科学の一分野とすることについても、種々の議論はあるが、現象なミクロな動的構造を数理的に表現し、それに基づきマクロ的構造を明らかにする行為は、数理科学ないしは数理工学的営みである。

2. 近代数理科学の勃興

特集の担当となったのち、数理科学, Mathematical Sciences について文献検索すると、世界最初の本格的地図、地球儀などのメーカーとなった Robert Morden (1650-1703) が 1702 年に著した “An Introduction to Astronomy, Geography, Navigation and Other Mathematical Sciences, Made Easie by the Description and Uses of the Coelestial and Terrestrial GLOBES (天文学, 地理学, 航海学とその他の数理科学入門 - 地球儀, 天球儀の作図と利用を

*統計数理研究所 東京都立川市緑町 10-3

*The Institute of Statistical Mathematics, 10-3 Midori-cho, Tachikawa-shi, Tokyo

Received: 17 February 2014, 14 March 2014

容易にするために)”に行き当たった [2]。その序文にはこの本の 50 年前に Joseph Moxson (1627-1691) が 14 インチの地球儀を作ったことが記載されている。確かに Moxon は、一連の数理科学的書物の出版を行ったことが確認できる。

これらは、当時何を数理科学と呼んでいたかが分かり興味深い。球面上の位置関係を表現する機能が数理科学の名で求められていたのである。おそらく、古代エジプト以来数学、特に三角法、球面三角法の知が最も活用されたのは測地学や天文学分野だったことは洋の東西に関わらず同じだったのであろう。その意味では、幾何学の個別数理科学、ないしは応用数学としての役割は、周知のとおり遥か古代から続いた。

一方、同時代に、近代微積分学が、物理的現象を表現する本格的数理科学的態度で Issac Newton (1642-1727) によって “The Method of Fluxions and Infinite Series; with its Application to the Geometry of Curve-Lines (流率法と無限級数、その曲線の幾何学への適用)” として開発された。Newton はこれをラテン語のノートとして記載したが、出版はせず、J. Colson によって翻訳出版されたのは死後の 1736 年である [3]。この本が物理学から導かれた横断的数理科学としての解析学の機能を明らかにしている。その目次は、12 の問題に数学的方法によって答えるという意図がはっきりしている。また、その序論は、「複雑な量を単純な項の無限級数に分解する方法」と名付けている。

時代は新しくなるが、ロンドン大学応用数学教授の W. K. Clifford (1845-1879) は、1875 年 “Mathematical Sciences Explained to the Non-Mathematical” を Number, Space, Quantity, Position, Motion, Mass の 6 章からなる構成で出版することを構想した。数学を物理学における機能を中心として非数学者に説明しようという企てである。残念ながら、Number, Space を脱稿した後、Clifford は夭折するが、ロンドン大学の同僚に、これを慎重な編集の上で、“Common Sense of Exact Science” として出版することを遺言する。しかし後任の R. C. Rowe (1853-1884) も Quantity の半分と Motion の草稿を残して死去する。これを完成させたのは 1883 年にロンドン大学に着任した、K. Pearson (1857-1936) である。彼は、結局 Mass を除いた 5 章構成にして、質量を Motion の最終節に記述し、1885 年の Common Sense of the Exact Science を出版する [4]。Mass を除いた背景には、当時力学者だった Pearson が、質量は加速度に対する比例係数に過ぎないと考えるとともに、多体問題自体の解決を Exact Science の一翼としての応用数学 (数理科学) の使命としたからである。

Common Sense of the Exact Science は、新たな教育体系を求めていた明治初期の日本に紹介された。後年文

部大臣となる菊池大麓が、1885 年 9 月東京教育博物館で、東京府と近県の初中等の教員に対する数学講義方法の研修をこの本を用いて行ったのである。1886 年 4 月には、菊池はこの本の翻訳を「数理積義」の名で出版した [3]。数理積義は 1888 年当時の数学物理学会による物理学専門用語の定訳方針を受けて、第 2 版が出版される。ちなみに、岡潔が中等学校 3 年時に、数理積義を読んで数学者になろうと決意したことも有名である。また、B. Russel (1872-1970) も 15 歳のとき本書の刺激を受け、1947 年に本書が再版されたときには序文まで記述している。Russel は、Exact Science としての数理科学が社会の進展に資するという発想に大きく影響されたようである。今日の我が国でも、初中等教育においては、教養として備えるべきは、数理科学を理解するための数学の基礎と共に、本稿での数理科学が主眼とする活用の知となるべきであろう。

さて、Common Sense of the Exact Science の校閲者となった Pearson は、この本の出版後 “The Grammar of Science (科学の文法)” を出版 [5] し、事実の観測に基づき近似的な現象法則を導くとともに、現象と人間が導いた法則の乖離を評価し、必要に応じて経験法則を深化させることを機能とする数理科学、すなわち初等統計科学をほぼ一人で創出する。

なお、科学の文法第 2 版 12 章では、科学を知覚の様式を扱う抽象的科学、知覚の内容を扱う具体的科学に分類している。更に、無機的現象を扱う具体的科学を物理的科学、有機的現象を扱う具体的科学を生物的科学とした。Pearson は、数理科学を通じて、抽象的科学と物理的科学が融合し、生物物理学的方法の開発によって、物理的科学と生物的科学が融合することを期待した。20 世紀初頭に科学の文法に従い、計量生物学、計量心理学、計量経済学、行動計量学、統計的品質管理など、生物的科学ないしは、社会科学の多くの分野が個別計量科学分野として開花することとなる。これとは別に、支配方程式を社会科学が対象とする現象や行動の近似表現に活用する数理経済学、数理心理学なども進んだ。Pearson の期待通り、生物的科学と物理的科学との融合も直ちに行われたが、本誌の前号のミニ特集であった経済物理学のように物理的科学と社会科学との融合も既に行われている。

さて、1975 年 4 月から 1 年間、東京大学教養学部で田口玄一 (1924-2012、当時青山学院大学教授) は、R. A. Fisher が創始した実験統計学を講義した。筆者は、当時一学徒としてこの講義を受講したが、田口が、数理科学の学術としての機能について端的に語っていたと考えるので、紹介したい。田口は、開講に当たって工学を横断する 3 つの共通技術があると述べた。

実験統計学は、技術情報の獲得効率を高めるための共

通技術の全体で、実験計画法とデータ解析からなるとした。それ以外にも、Shanonの通信理論は、情報量を数理的に定義し、情報伝達効率を上げるための共通技術として位置づけ、Wienerのサイバネティクスを通信と制御とを横断する共通理論とした。これらは、情報を対象とする横断的数理科学であるが、田口が横断的数理科学の役割を明確に述べたことは重要である。

1975年11月の講義では、対象とする現象の不確実性によって数理科学的研究アプローチが3分類されることを示唆した。第一は、現象の近似表現としての関数形がある領域で不明な場合に、調査計画・実験計画法を用いて行う「開発調査研究」である。第二は、関数形は予想がついているが、未知母数が存在する場合に、回帰分析など計量モデル当てはめ関数形の推定を行う「理論評価研究」とした。第三は、関数形が完全に所与の場合に数値解析や摂動解析を用いて行う「設計計算研究」である。前2者はどちらかというところ、統計科学を中心とした帰納的数理科学、最後は演繹的数理科学、シミュレーション科学、計算科学分野の機能を発揮すべき研究スタイルである。横断的数理科学分野には、このようにその研究スタイルに基づく適用範囲が明確に定められる。この視点も今日でも有効であると考えられる。その後、Dr. Taguchiの名を世界にとどろかせたのは、設計計算研究のためのロバストパラメータ設計であった。

3. 横幹連合と数理科学

2011年8月に閣議決定された第4期科学技術基本計画[6]には、科学技術の共通基盤の充実、強化が謳われており、「我が国及び世界が直面する様々な課題への対応に向けて、科学技術に関する研究開発を効果的、効率的に推進していくためには、複数の領域に横断的に用いられる科学技術の研究開発を推進する必要がある。」とされている。更に、領域横断的な科学技術の強化として、光・量子科学技術、高度情報通信技術と並んで「数理科学、システム科学技術など、複数領域に横断的に活用することが可能な科学技術や融合領域の科学技術」に関する研究開発を推進するとされている。数理科学、システム科学技術が基本計画に取り入れられたのはこれが初めてのことであり、ここでいう数理科学は、学会報告[1]にある通り、数学、統計学などを含む広い概念と聴いている。

横幹連合は、これに先立ち、2009年11月に「第4期科学技術基本計画への提言」[8]をまとめ、統合知の重要性を指摘するとともに、具体的に「予測、計算、計画、システム、設計、制御、モデルなどの数理系の分野とコミュニケーション、政策、マネジメント、心理、社会学など問題に関連する社会科学の分野を基盤とした統合」

を進める研究システムの確立を重要な領域とすべきことを求めた。そもそも、横幹連合は2005年11月に第1回のコンファレンスを長野で開催し、「コトづくり長野宣言」[7]を行い、戦略的目的としての「コトづくり」を合意した。その中で、「『コトづくり』とは、ものの形だけではなくその『機能』およびその機能を『創造するプロセス』を重視し体系化していくことである」としている。更に、その実現のためには、「個別分野の『知の相互関係を探求』すること、個々の知見の中から普遍的な原理を抽出して『汎用的な知へ拡大する仕組み』を構築することが必要である」としている。

数理科学は勿論、その表現形式を数学に求めている。しかし、数学と異なる点は、数学的表現の学術全般ないしは個別学術における機能と適用範囲を追究することに主眼が置かれていることである。数学を応用することが目的ではなく、応用の観点から数学の機能を明らかにするのである。あまりにも初等的な例だが、引き算や割り算は算術としては何の変哲も無いが、生存の知恵としては、2つの量の比較の表現、目標と現実との乖離の表現といった機能を持つ。目標と現実との乖離が大きいことを「問題」と呼び、その解決が価値をもたらすとすれば、何の変哲もない算術は、価値のある問題を発見する機能を持つということになる。

筆者の浅薄な数学の知識では、現在急速に発展する横断的ないしは個別数理科学の知の全容を理解することはできない。しかし、少なくとも数理科学が、時空間軸に広がる現象と行動との近似表現あるいはその近似誤差の表現、それに基づく行動の近似最適化を広範囲で支援していることは明らかであった。

数理科学のこの種の機能を考える上で最近参考になった議論がある。筆者は、大学共同利用機関法人情報・システム研究機構と財団法人日本規格協会が共同して運営する産学連携のVCP-NET(Value Creation Process Network)研究会の主査を務めている。その研究会で、アルプス電気、黒河英俊と玉川大学の黒河正教授が中心となって、多くの管理技術というものをその対象(目的)と機能(動詞)でクラスター分析するというところを行われ、それに大いに刺激を受けたのである。

大藤、黒河[9]によれば、管理技法の目的語となりえるのは、大分類(かっこ内は中分類)で、①状態(構成要素、現状、関係)、②メカニズム(影響、メカニズム)、③シナリオ(シナリオ、方策)、④ターゲット(目標、急所)、⑤業務の5つ、手法の機能(動詞)となりえるのは、①整理、②分析・評価、③創出、④選択(選択、設定)、⑤管理・保証となっている。筆者は、この種の分類は数理科学の機能でも可能だと考える。①状態、②関係、③メカニズム、④ダイナミクス、⑤プロセス、⑥シナリオ、の①近似表現、②比

較・評価, ③ 選択, ④ 制御, ⑤ 発見は, すべて対象とオペレーションとの組み合わせとして, 数理科学にもとめられている機能ではないかと考える。また, それらの数理科学的方法は一連のプロセス列として配置することで, 実社会の多様な問題の解決に資すると考える。残念ながら, 黒河らのように, 全ての横断的数理科学手法やモデルを分類することはできないが, その種のマッピングは, 数理科学の俯瞰的理解には有用であろう。

4. おわりに：数理科学の発展形としてのシステム科学

(独) 科学技術振興機構のシステム科学ユニット [10] は, システム科学技術の周辺学問分野における位置づけの俯瞰図を作成し, 数学・哲学, 数理科学よりも複雑性の高い対象に対する課題認識と課題解決の設計をシステム科学が担っているとした。数理科学が対象としているのが, モノ (Entity) やコト (Activity) の様々な静的・動的属性であると限定的に想定すれば, システム科学は, モノやコト, つまり複数の状態やシナリオが, お互いに相互作用を持ちながら入出力され, 互いに連携するプロセスを対象としている。もちろん, 個別数理科学が, この種のシステムを対象として開発されていることはある。数理経済学, 計量経済学, 計量心理学などは, 基本的に線形ないしは非線形連立方程式モデルをツールとして対象を記述しており, 経済システムを対象とした数理科学であることは疑いない。その意味で, 数学をツールとしてシステムを検討する科学は数理科学であると同時にシステム科学である。その意味で, 数理システム科学は数理科学の発展形と考えれば良い。

ただ, システム科学においては, その種の複合かつ複雑なプロセスのパフォーマンスの認識, 評価, 設計・制御が求められているのである。その場合, システムの①表現, ②比較・評価, ③選択, ④制御, ⑤発見に対して, 要素還元主義が成立しなければ, システムの要素を対象とする数理科学は有効でなくなる。したがって, システム科学といったレベルで求められる新たな数理科学は, この種の要素間の複雑な干渉を解決できる方法論であり, 複雑系の理論のシステム認識への適用や要素間干渉を低減させるロバスト設計の方法論を発展させることは大きな課題である。逆に, どのようなモノとコトとをどのように組み合わせ設計すれば, 要素還元的合成

が可能かといった知恵を出すことについては, 今後システム科学は, 一定の指針を導くべきである。そして, この種の設計学の革新には, 計算数理的研究, シミュレーション数理的研究が有力な方法論となることは疑いない。

末筆ながら, 初稿の論理の不備などについて貴重な意見を賜った審査員に深甚の謝意を表す。

参考文献

- [1] 日本学術会議数理科学委員会: 報告数理科学の展望, <http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-21-h-3-2.pdf>, 2010.
- [2] R. Morden: "An Introduction to Astronomy, Geography, Navigation and Other Mathematical Sciences, Made Easier by the Description and Uses of the Celestial and Terrestrial GLOBES," Printed for Robert Moeden, 1702.
- [3] I. Newton: "The Method of Fluxions and Infinite Series; with its Application to the Geometry of Curve-Lines," translated by J. Colson, Henry Woodfall, London, 1736.
- [4] W. K. Clifford: "The common sense of exact sciences," K. Paul, Trench, London, 1885. 菊池大麓訳, 数理釈義, 博文館, 1886.
- [5] K. Pearson: "The Grammar of Science," 2nd ed., Adams and Charles Black, London, 1900.
- [6] http://www.mext.go.jp/component/a_menu/science/detail/_icsFiles/afieldfile/2011/08/19/1293746_02.pdf
- [7] www.trafst.jp/archive/20091210appeal_to_Gov.pdf
- [8] www.trafst.jp/archive/200511appeal.pdf
- [9] 大藤正, 黒河英俊編著, 知の巡りをよくする手法の連携活用, サービス・製品の価値を高める価値創生プロセスのデザイン, 日本規格協会, 2014.
- [10] 科学技術振興機構研究開発戦略センター: 研究開発の俯瞰報告書, システム科学技術分野 (2013), CRDS-FY2012-FR-07, <http://www.jst.go.jp/crds/pdf/2012/FR/CRDS-FY2012-FR-07.pdf>, 2013.

椿 広計



東京大学大学院工学系研究科修士課程修了, 工学博士。2007年より統計数理研究所, 総合研究大学院大学統計科学専攻教授。2010年より統計数理研究所副所長, 2013年筑波大学名誉教授, 専門は応用統計学。日本計量生物学会理事, 日本学術会議連携会員, 日本学術振興会グローバル学術研究センター研究員, 前応用統計学会会長, 前統計関連学会連合理事長, 元日本品質管理学会副会長。